

Rigidité des prix et politique de stockage

Application au marché belge des engrais azotés

Arnaud Diemer*

Lorsqu'une firme maximise la valeur présente de ses profits futurs et que les quantités vendues sont égales aux quantités produites, il est généralement admis que la firme égalise sa recette marginale courante avec le coût marginal courant. Toutefois, comme le souligne Philips (1980, p 527) *"il suffit cependant d'admettre la possibilité d'une différence entre ventes et production, à certaines périodes, pour obtenir une règle entièrement différente, il est maintenant optimal de suivre une politique de discrimination intertemporelle par les prix"* La rigidité des prix, longtemps associée aux modèles keynésiens d'ajustement par les quantités, aux prix administrés ou encore à une hypothèse de demande coude, serait ainsi compatible avec un comportement d'optimisation dans un modèle intertemporel, et les stocks joueraient un rôle central¹ dans la théorie des prix. C'est ce que nous chercherons à présenter grâce à un modèle de discrimination intertemporelle.

I) Présentation de la discrimination intertemporelle par les prix

La discrimination par le temps a été analysée très tôt par Smithies² et Shaw³, qui ont mis en évidence une relation entre la constitution de stocks et la théorie du monopole discriminant. Partant du principe que le bien durable a une dimension temporelle, ils⁴ considèrent que le temps peut être analysé comme un moyen de séparer les ventes de la production afin de mettre en valeur la politique de stockage des

* Enseignant Chercheur à l'ISAB et au CERAS (Université de Reims Champagne Ardenne)

¹ Blinder.A note que lorsque le produit est stockable, les firmes ont un degré de liberté supplémentaire : la production courante peut être différente des ventes courantes. Ainsi *« they may use inventories of finished goods to speculate on future price movements or to absorb short-run shocks to demand ; they may use inventories of raws materials to hedge against future price increases. Inventory holdings may be used to spur demand (by reducing delivery lags) or to reduce production costs (through improved scheduling »* (p 12). Blinder .A (1981) *«Inventories and the Structure of Macro Models »* American Economic Review vol 71 n°2, Mai (p 11 - 16).

² Smithies .A (1939) *«The maximisation of Profits over Time with Changing Costs and Demand Functions »* Econometrica n° 7 (p 312-318).

³ Shaw E.S (1940) *"Elements of a theory of inventory"* Journal of political Economy n° 48 (p 465 - 485).

⁴ Leur contribution a été résumée par Lutz.F et Lutz .V dans leur ouvrage *«The Theory of Investment of the Firm »* Princeton University Press, 1951.

entreprises. En reportant ainsi leurs ventes dans le temps, ces dernières peuvent pratiquer une politique de discrimination intertemporelle par les prix. La contribution de Smithies peut être résumée de la manière suivante :

Supposons qu'une entreprise ait un horizon temporel t (allant de 0 à T), que $y(t)$ et $q(t)$ soient respectivement la production et les ventes, exprimées toutes deux en fonction du temps, avec :

p : $f(q, t)$ la fonction de demande au moment t

c : $g(y, t)$ la fonction de coût au moment t

Smithies fait l'hypothèse que l'entrepreneur sort d'une phase de dépression sans aucun stock, et *qu'il est au seuil d'une phase de reprise durant laquelle il s'attend à ce que les prix et les coûts augmentent pour une période finie*. En outre, l'entrepreneur peut prédire avec certitude le comportement de sa demande et les échelles de coût sur la période considérée⁵. Ainsi à chaque date t , il y a une fonction de demande connue au prix futur annoncé P_t . Si les seuls coûts de détention des stocks sont les charges d'intérêt, alors le prix net à l'instant t sera égal à $P_t e^{-it}$. L'entreprise cherchera alors à maximiser les profits totaux sur un horizon temporel allant de 0 à T (il s'agira d'intégrer la fonction de profit de 0 à T) sous la contrainte que les stocks ($s_t = y_t - q_t$) soient égaux à 0 à la fin de la période de planification. Le programme de maximisation s'écrira de la manière suivante :

$$\text{Max} \int_0^T e^{-it} (Pq - cy) dt \quad (1)$$

$$\text{Sous la contrainte} \int_0^T (y - q) dt = 0 \quad (2)$$

Le problème devient un simple problème de maximisation sous contrainte qu'il est possible de résoudre en passant par le Lagrangien.

$$\text{Soit} \quad L = e^{-it} (pq - cy) + \mathbf{I} (y - q) \quad (3)$$

⁵ Sous des hypothèses de demande et de production incertaines, Amihud .Y et Mendelson .H ont montré que la rigidité des prix pouvait se manifester sous deux formes. En premier, les changements de prix peuvent être modérés par rapport à ceux occasionnés par la fonction de demande. En second, la firme peut choisir de restreindre les fluctuations de prix en établissant une limite supérieure et inférieure sur les variations de prix. Ainsi «*Price smoothing depends on the nature of the economic shocks, on the inventory holding cost, and on the cost of backlogging...The greater the inventory holding cost compared to the backlog penalty cost, the greater the relative range of downward price fluctuations*» (p 95). Voir Amihud.Y, Mendelson .H (1983) «*Price Smoothing and Inventory*» Review of Economic Studies vol L (p 87 - 98).

$$\frac{dL}{dq} = e^{-it} \left(p + q \frac{dp}{dq} \right) - I = 0$$

$$\frac{dL}{dy} = -e^{-it} \left(c + y \frac{dc}{dy} \right) + I = 0 \quad \Rightarrow \quad e^{-rt} \left(p + \frac{dp}{dq} q \right) = e^{-rt} \left(c + \frac{dc}{dy} y \right) = I \quad (4)$$

$$\frac{dL}{dI} = y - q = 0$$

λ est le multiplicateur lagrangien associé à la contrainte (éq 2)

De là comme le souligne Smithies, l'équation (4) énonce la règle de discrimination intertemporelle suivante : *la recette marginale actualisée des ventes et le coût marginal actualisé des biens produits des différentes périodes doivent être égaux et constants*⁶. Cette maximisation du profit sur le temps montre ainsi qu'il suffit d'admettre une différence entre la production et les ventes pour obtenir une règle de discrimination intertemporelle par les prix. Ce résultat diffère de la règle de discrimination atemporelle qui consistait à égaliser à chaque période la recette marginale et le coût marginal. Le temps met en valeur la politique de stockage de la firme, et plus précisément le coût de stockage approximé par le taux d'intérêt. La firme doit donc produire des quantités y_t telles que les coûts marginaux soient égaux aux différentes dates, et vendre à chaque date t des quantités q_t telles que les recettes marginales soient égales au cours des différentes périodes (notons que le revenu marginal actualisé est égal au coût marginal actualisé à chaque période, comme dans la règle habituelle). Une remarque liée à l'exposé de Smithies mérite toutefois d'être soulignée. Ce dernier considère en effet que *le stockage est profitable si et seulement si les courbes de demande et de coûts se déplacent vers le haut*⁷ de façon à ce que la solution optimale implique que y décroît sur le temps (suite à une hausse de c) et q augmente sur le temps (suite à une hausse de p). Cette hypothèse est très importante puisque si les courbes de demande et de coûts ne se déplaçaient pas dans le temps, l'équation 4 signifierait que l'entreprise vendrait plus qu'elle ne produit dès la première période, et les stocks seraient négatifs⁸ ! Prenons un programme de maximisation sur deux périodes :

⁶ Smithies.A (1939, p 313). J.Robinson notait déjà dans son ouvrage «*The Economics of Imperfect Competition*» (1933) que «*profits will be at a maximum when the marginal revenue in each market is equal to the marginal cost of the whole output*» (p 181).

⁷ Prenant le cas du marché automobile américain, Olivier Blanchard (1983, p 381) souligne en effet que : «*Inventory depends on three sets of variables. It depends on itself lagged once and twice; it depends on lagged, current, and expected future sales; it depends finally on current unobservable cost disturbances*».

⁸ C'est la principale critique avancée par K.J Arrow dans le premier chapitre de son ouvrage. Voir Arrow K.J, Karlin .S, Scarf .H (1958) «*Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production*» Stanford University Press.

Soit la fonction de demande : $q_t = -\frac{1}{a} p_t + \frac{b}{a}$ (demande inverse : $p_t = -a q_t + b$)

Soit la fonction de coût quadratique $C(y_t) = c (y_t)^2 + d$ (avec d : coûts fixes)

Soit r le facteur d'actualisation tel que $r = \frac{1}{1+i}$

Le programme de maximisation du profit sur deux périodes peut s'écrire de la manière suivante :

$$\Pi = (p_1 q_1 - C(y_1)) + r (p_2 q_2 - C(y_2))$$

$$\text{Sous la contrainte } y_1 - q_1 + y_2 - q_2 = 0$$

Ce programme de maximisation peut être exprimé sous la forme du Lagrangien :

$$L = q_1 (-a q_1 + b) - c y_1^2 - d + r q_2 (-a q_2 + b) - r (c y_2^2 + d) + \mathbf{I} (y_1 - q_1 + y_2 - q_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = -2 a q_1 + b - \mathbf{I} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = -2 r a q_2 + r b - \mathbf{I} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_1} = -2 c y_1 + \mathbf{I} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -2 a q_1 + b = -2 r a q_2 + r b = 2 c y_1 = 2 r c y_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_2} = -2 r c y_2 + \mathbf{I} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{I}} = y_1 - q_1 + y_2 - q_2 = 0$$

. L'égalité des recettes marginales montre que $-2 a q_1 + b = r (-2 a q_2 + b)$

$$\text{Soit } q_1 = r q_2 + \frac{b(1-r)}{2a} \quad \text{et} \quad q_2 = \frac{2a q_1 + b(r-1)}{2a r}$$

. L'égalité des coûts marginaux stipule que $2 c y_1 = 2 r c y_2$

$$\text{Soit } y_1 = r y_2 \quad \text{et} \quad y_2 = \frac{y_1}{r}$$

En introduisant les valeurs de y_1, y_2, q_1, q_2 dans la contrainte $y_1 - q_1 + y_2 - q_2 = 0$, on obtient :

$$y_1 - q_1 = \frac{b(r-1)}{2a(1+r)} \quad \text{et} \quad y_2 - q_2 = \frac{b(1-r)}{2a(1+r)}$$

(où c et a sont les pentes des fonctions de coût et de demande)

La règle de discrimination atemporelle revient à considérer que $r = 1$ (soit $i = 0$), ce qui entraîne :

$$y_1 = q_1 \text{ et } y_2 = q_2 \quad \text{soit} \quad y_1 - q_1 + y_2 - q_2 = 0$$

Dans le cas d'une règle de discrimination intertemporelle, si aucune hypothèse n'est faite sur les courbes de demande et de coûts, alors :

$$y_1 = q_1 + \frac{b(r-1)}{2a(r+1)} \quad \text{tel que} \quad y_1 < q_1 \quad \text{puisque} \quad \frac{b(r-1)}{2a(r+1)} < 0$$

L'entreprise vendrait autant que possible dès le départ, faisant apparaître un stock négatif⁹. Smithies surmonte cette difficulté¹⁰ en supposant que les courbes de demande et de coûts se déplacent vers le haut à des taux de croissance¹¹ tels que le taux de croissance des courbes de demande soit inférieur au taux de croissance des courbes de coût. C'est donc l'anticipation d'une hausse des prix et des coûts (sur le temps) qui rend profitable une politique de stockage.

$$\text{Soit} \quad \begin{array}{l} Rm_1 < Rm_2 \\ Cm_1 < Cm_2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} y_1 > q_1 \\ y_2 < q_2 \end{array}$$

$$\text{En respectant toujours la contrainte : } y_1 - q_1 + y_2 - q_2 = 0$$

⁹ L'introduction d'une contrainte de stocks positive (soit $s(t) \geq 0$) soulèverait deux types de problèmes. Dans un premier, elle ramènerait le stockage à un rôle réducteur de tampon entre la production et la demande (il s'agit d'un ajustement en termes de quantités, soulignant que les prix ont besoin de temps pour s'ajuster). Dans un second temps, elle pose le problème de la consistance des décisions du monopole. En effet, si les acheteurs sont complètement informés, leurs attentes des ventes futures (et plus précisément du stock futur de biens durables) dépendront uniquement du stock présent de biens durables. Or un stock courant positif et important, peut suggérer que le vendeur cherchera à écouler sa marchandise durant la période suivante. Dans ces conditions, les acheteurs ne seront pas prêts à payer un prix élevé pour le bien (il s'agit du problème de la conjecture de Coase sur lequel nous reviendrons dans le chapitre III).

¹⁰ Louis Phlips a résolu le problème de la contrainte non négative de Smithies en considérant que y et q sont des variables de contrôle, et s est une variable d'état. Ceci revient à maximiser l'équation (1) par rapport à y et q sous les contraintes de l'équation d'état $s'(t) = y - q$, de l'équation de stockage (équation 2) et de $s(t) \geq 0$ pour tout $t \in (0, T)$. Cette dernière contrainte implique que $s'(t) \geq 0$ sur l'intervalle où $s(t) = 0$. (Phlips 1980, p 529).

¹¹ Cette hypothèse est introduite dans l'exemple numérique que prend Smithies « *Prices and Costs are increasing annually by about 11 per cent and 16 per cent respectively* » (1939, p 317).

Notons ici que le taux d'intérêt¹², et l'horizon du plan T (le nombre de périodes) jouent un rôle important dans la détermination des productions, des ventes et des prix d'une période sur l'autre¹³. Une augmentation du taux d'intérêt (i) amènera le monopole à réduire sa capacité de stockage et à augmenter son niveau de prix¹⁴ (la hausse des prix est la seule alternative pour éviter que les ventes soient supérieures aux quantités produites durant la première période). Dans le cas d'une augmentation du nombre de périodes, le programme d'optimisation intertemporelle devra tenir compte des modifications des anticipations sur les coûts et les demandes.

A ce stade de l'étude, il est remarquable de constater la convergence des travaux de Smithies et Shaw. Ce dernier a également démontré que la maximisation des profits présents et futurs ne conduisait à des résultats nouveaux en termes de formation temporelle des prix que si la firme avait la possibilité de stocker des produits finis: *«Inventory is the product of the desynchronization of output and sales that intertemporal substitutions of discounted marginal revenues and discounted marginal costs require...There is an evident parallelism between theories of inventory accumulation and discriminating monopoly. The former defines optimum distribution of a total supply between markets that are separated in time. The latter defines optimum distribution of a total supply between markets that are separated in space»*(1940, p 469). Dès lors, si la quantité produite peut être différente de la quantité vendue, de manière à ce que la firme puisse stocker, la maximisation temporelle du profit mène à une règle de discrimination intertemporelle. Dans la terminologie de Shaw, *cette règle signifie que les coûts et les revenus marginaux présents et futurs (c'est à dire actualisés) doivent s'égaliser durant toute la période de planification*. L'analyse graphique ci-dessous montre que dans le cas de la concurrence imparfaite¹⁵, il devient profitable pour une firme qui peut agir sur son prix de vente, de constituer des stocks lorsque des hausses de demande

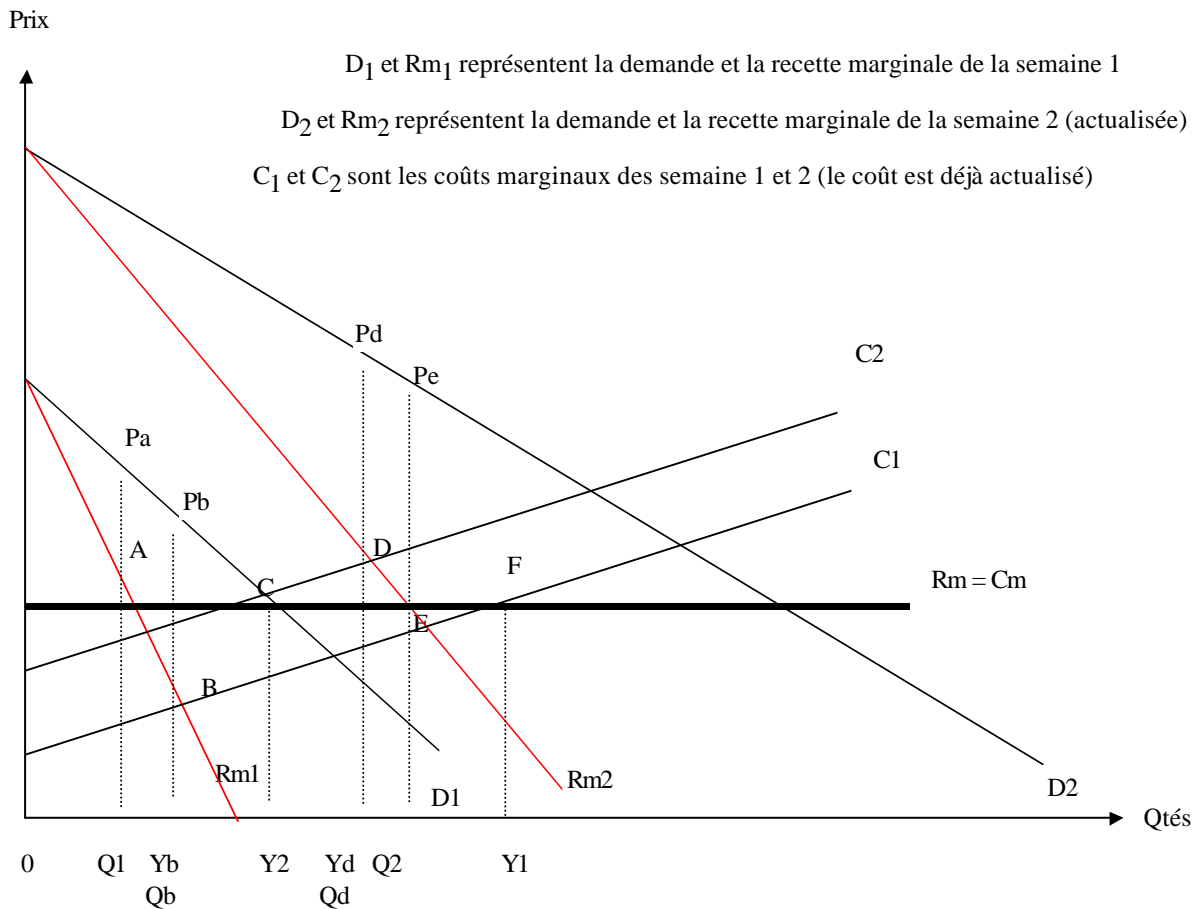
¹² Il s'agit du taux d'intérêt nominal. Nous n'avons pas intégré l'inflation dans nos calculs. Une hausse de cette dernière réduirait le taux d'intérêt réel et inciterait le monopole à stocker davantage de produits.

¹³ Philips P.J et Philips .L font remarquer que des taux d'intérêt relativement élevés peuvent expliquer des variations inexplicables de prix durant certaines périodes : *«When r is high, even monopolists will have to rise prices, whether demand goes down or not (when selling storable goods) »*. Philips P.J, Philips .L (1981) *«Price Variability, Changes in Demand and the Rate of Interest »* Economics Letters vol 7 (p 7-10).

¹⁴ Philips.L, Richard J.F *«A dynamic Oligopoly Model with Demand Inertia and Inventories »* Mathematical Social Sciences vol 18 1989 (p 1-32): *«an expected increase in the real rate of interest reduces the incentive to carry stocks and promotes a rise in the price level.»* (p 26).

¹⁵ Rappelons qu'il s'agit du cas le plus général de la discrimination. L'entreprise est capable de fixer son prix en même temps que les quantités produites. Le prix fixe à son tour les quantités vendues, la différence donnant les stocks. Dans le cas d'une entreprise en concurrence parfaite, ce serait l'existence d'une prime de risque liée à l'incertitude du marché quant au prix de la semaine 2, qui rendrait profitable la détention de stocks. Les stocks seraient l'unique reflet d'une substitution de ventes futures à des ventes présentes.

ou/et de coûts sont anticipées¹⁶ (ce qui reflète les conditions d'analyse de Smithies). L'entreprise peut alors réaliser certains gains, **par la substitution de ventes futures** (des revenus marginaux relativement élevés) **à des ventes immédiates** (pour lesquelles les revenus marginaux sont relativement faibles), **par la substitution d'une production immédiate** (bénéficiant de coûts marginaux faibles) **à une production future** (pour laquelle les coûts marginaux sont élevés), **par l'augmentation de la production immédiate et des ventes futures** au delà des limites qui sont nécessaires pour exploiter les opportunités de la substitution seule.



La règle de discrimination intertemporelle (plan de production avec possibilité de stockage) est ici comparée à la règle de discrimination atemporelle pour laquelle il n'y a pas de stockage (la production de la semaine 1 est égale à la vente de la semaine 1, la production de la semaine 2 est égale

¹⁶ S'appuyant sur les travaux de Selten (1965), Phelps et Richard ont cependant montré que lorsqu'il y a plusieurs firmes sur le marché, l'anticipation d'une hausse de la demande mène à une diminution du niveau général des prix durant les périodes précédant (la hausse). En effet, comme les concurrents réalisent que les conditions du marché vont s'améliorer substantiellement, ils chercheront à augmenter leurs parts de marché en se lançant dans une guerre des prix, sachant qu'ils seront capable de recouvrer leurs pertes après une certaine période de temps : « *This pricewar appears as a property of subgame perfect equilibria and is not the result of imperfect information or uncertainty* ». (1989, p 24).

à la vente de la semaine 2). Dans ce dernier cas, le coût marginal de la semaine 1 (semaine 2) doit être égal à la recette marginale de la semaine 1 (semaine 2). La firme choisirait alors les points (B,D) pour déterminer les quantités (produites et vendues : $Y_b=Q_b$; $Y_d=Q_d$) et les prix (P_b , P_d).

Dans le cas où la firme peut constituer des stocks, le report des ventes (Q_1, Q_b) de la semaine 1 à la semaine 2 permet de substituer des revenus marginaux élevés (le long de Rm_2) à des revenus marginaux faibles (le long de Rm_1). Produire la quantité (Y_b Y_1) durant la première semaine plutôt que la seconde, permet à la firme d'éviter des coûts marginaux élevés (DC) et de profiter de coûts marginaux faibles (BF). Une politique optimale consisterait à stocker des produits durant la première période ($Y_1 - Q_1$), puis à déstocker durant la seconde période ($Q_2 - Y_2$). Comme le souligne Shaw «*The advantages of intertemporal discrimination and investment in inventory are evident* » (1940, p 478). D'une part, la production totale est supérieure à ce qu'elle aurait dû être sans discrimination, la somme ($OY_1 + OY_2$) est plus élevée que la somme ($OY_b + OY_d$). D'autre part, le prix de la semaine 1 est supérieur à ce qu'il aurait dû être sans discrimination ($P_a > P_b$) et le prix de la semaine 2 est inférieur à ce qu'il aurait dû être sans discrimination ($P_e < P_d$).

Règle de Discrimination Intertemporelle (Production avec stockage)	Règle de Discrimination Atemporelle (Production sans stockage)
Production de la semaine 1: OY_1 Ventes de la semaine 1 : OQ_1 Stocks : $OY_1 - OQ_1 = Q_1 Y_1$ Production de la semaine 2 : OY_2 Ventes de la semaine 2 : OQ_2 Destockage : $Y_2 Q_2$	Production de la semaine 1 (OY_b) est égale à la vente de la semaine 1 (OQ_b) Production de la semaine 2 (OY_d) est égale à la vente de la semaine 2 (OQ_d)

A ce niveau, nous pouvons étendre la discussion en considérant les biens qui sont stockables, mais non reproductibles. On parle alors de « **ressources épuisables** » telles que le charbon, le pétrole, le gaz, les minerais...L'impossibilité de reproduire ces biens (à part lors d'une découverte de nouveaux gisements) amène deux remarques: d'une part les stocks (plus précisément les réserves) sont considérés comme donnés, d'autre part, il existerait un lien étroit entre le taux d'extraction et les ventes de

ressources naturelles. En effet, si le taux d'extraction peut être assimilé aux ventes, comme la substitution de productions est impossible, l'entreprise chargée d'exploiter une mine de charbon ou un puits de pétrole, pourra chercher soit à accélérer l'extraction (c'est à dire substituer des ventes présentes à des ventes futures), soit à la ralentir (substituer des ventes futures à des ventes présentes). Une entreprise serait ainsi capable d'influencer le prix des ressources naturelles en faisant varier ses ventes via le taux d'extraction. La relation prix - taux d'extraction d'une ressource naturelle a été introduite par Hotelling¹⁷ dans son article «*The Economics of Exhaustible Resources* » grâce à un parallèle entre la sauvegarde de l'héritage inter-générationnel et l'influence des monopoles :

« Contemplation of the world's disappearing supplies of minerals, forests, and other exhaustible assets has led to demands for regulation of their exploitation. The feeling that these products are now cheap for the good of future generations, that they are being selfishly exploited at too rapid a rate, and that in consequence of their excessive cheapness they are being produced and consumed wastefully has given rise to the conservation movement....

In contrast to the conservationist belief that a too rapid exploitation of natural resources is taking place, we have the retarding influence of monopolies and combinations, whose growth in industries directly concerned with the exploitation of irreplaceable resources has been striking. If « combinations in restraint of trade » extord high prices from consumers and restrict production, can it be said that their products are too cheap and are being sold too rapidly ?...

It may seem that the exploitation of an exhaustible natural resource can never be too slow for the public good. For every proposed rate of production there will doubtless be some to point to the ultimate exhaustion which that rate will entail, and to urge more delay. But if it is agreed that the total supply is not to be reserved for our remote descendants and that there is an optimum rate of present production, then the tendency of monopoly and partial monopoly is to keep production below the optimum rate and to exact excessive prices from consumers. The conservation movement, in so far as it aims at absolute prohibitions rather than taxation or regulation in the interest of efficiency, may be accused of playing into the hands of those ho are

¹⁷ Gray L.C avait déjà présenté une théorie des ressources naturelles dès 1914, toutefois il ne considérait que le cas où les prix de la ressource étaient donnés et le coût marginal de l'extraction croissant. (Gray L.C (1914) «*Rent Under the Assumption of Exhaustibility* » Quarterly Journal of Economic Vol 28 (p 466 - 489).

*interested in maintaining high price for the sake of their own pockets rather than of posterity»*¹⁸.

Hotelling part du principe que les propriétaires d'une ressource naturelle souhaitent toujours maximiser la valeur actuelle de leurs profits futurs.

En concurrence parfaite, les propriétaires d'une mine sont indifférents entre recevoir maintenant un prix p_0 pour une unité de son produit ou recevoir un prix $p_0 e^{it}$ après un temps t , dès lors on peut s'attendre à ce que le prix p_t soit une fonction du temps de la forme :

$$p_t = p_0 e^{it} \quad (1)$$

Hotelling assimile le prix p_t au prix net, une fois payé le coût d'extraction et placé le bien sur le marché : « *Here p is to be interpreted as the net price received after paying the cost of extraction and placing upon the market* » (1931, p 141). Dans ces conditions, si les taux d'intérêt (ce que Hotelling appelle « *the degrees of impatience* ») varient parmi les propriétaires de mine, ceci affectera également le taux d'extraction.

Lorsque le prix p_t est fixé, les différentes unités de la ressource auront la même valeur (actualisée) en tout point du temps et le propriétaire de la mine ne cherchera pas à jouer sur le taux d'extraction d'une période à l'autre, soit $p_0 = p_t e^{-it}$. La valeur de p_0 dépendra de la demande et de la quantité totale disponible de la ressource (notée A). En considérant que $q = f(p, t)$ est la quantité prise au temps t si le prix est p , on obtient l'équation :

$$\int_0^T q dt = \int_0^T f(p_0 e^{it}, t) dt = A \quad (2)$$

En T , date d'extraction finale, la quantité demandée diminue et se rapproche de 0, l'équation devient $f(p_0 e^{iT}, T) = 0$.

¹⁸ Hotelling, H (1931) « *The Economics of Exhaustible Resources* » The Journal of Political Economy Vol 30 n°2 Avril (p 137-138).

Dès lors, comme le souligne Hotelling, le prix net évoluera en fonction des variations du taux d'intérêt¹⁹, dont les déterminants sont indépendants du produit en question, de l'industrie concernée, et des variations de la production de la mine. : «*The market rate of interest must be used by an entrepreneur in his calculations ... Of course, changes in this rate are to be anticipated, specially in considering the remote future. If we look ahead to a distant time when all the resources of the earth will be near exhaustion, and the human race reduced to complete poverty, we may expect very high interest rates indeed*» (1931, p 144-145). De là, la rente de l'entreprise devrait augmenter avec le taux d'intérêt (en d'autres termes, la valeur actuelle du prix net est une fonction croissante du taux d'intérêt).

Dans le cas du monopole, Hotelling avance qu'une entreprise peut influencer le prix en faisant varier son taux d'extraction (c'est à dire ses ventes). Cette dernière cherchera à maximiser la valeur présente de ses profits futurs.

$$\int_0^T p q e^{-it} dt \quad (3)$$

$$\text{sous la contrainte que } \int_0^T q dt = A \quad (4)$$

Le programme de maximisation peut être présenté à partir du lagrangien :

$$\text{Soit } L = p q e^{-it} + I (A - q)$$

En fixant $\lambda = 0$, ceci nous permet de retomber sur le cas des ressources inépuisables, c'est à dire des biens durables et reproductibles.

$$\frac{dL}{dq} = e^{-it} \left(p + \frac{dp}{dq} q \right) - I = 0$$

$$\frac{dL}{dI} = A - q = 0$$

¹⁹ Solow R.M a mis en évidence la règle d'Hotelling en s'appuyant sur le marché des actifs financiers. Ainsi un propriétaire de mine n'a d'intérêt à laisser un dépôt de ressources dans le sol que si ce dernier s'apprécie en valeur. D'un autre côté, les marchés d'actifs ne peuvent être en équilibre que lorsque tous les actifs d'une certaine classe de risque ont le même taux de rendement. Ainsi à l'équilibre, la valeur d'un dépôt de ressources dans le sol doit croître à un taux égal au taux d'intérêt. Solow R.M (1974) «*The Economics of Resources or the Resources of Economics* » American Economic Review vol 64 n° 2 Mai (p 1 - 14).

La règle d'Hotelling peut alors s'écrire : $e^{-it} \left(p + \frac{dp}{dq} q \right) = I$ (5)

(λ est une constante)

Le contraste avec les conditions de concurrence apparaissent à travers le terme $q \frac{dp}{dq}$.

Comme p correspond au prix net, l'expression (5) signifie que c'est le profit marginal actualisé qui doit être égalisé sur le temps ($e^{-it} \Pi = I$) : soit $\Pi = I e^{it}$. C'est donc le profit marginal de la ressource naturelle (à mettre en rapport avec la recette marginale) et non le prix qui doit croître en fonction du taux d'intérêt.

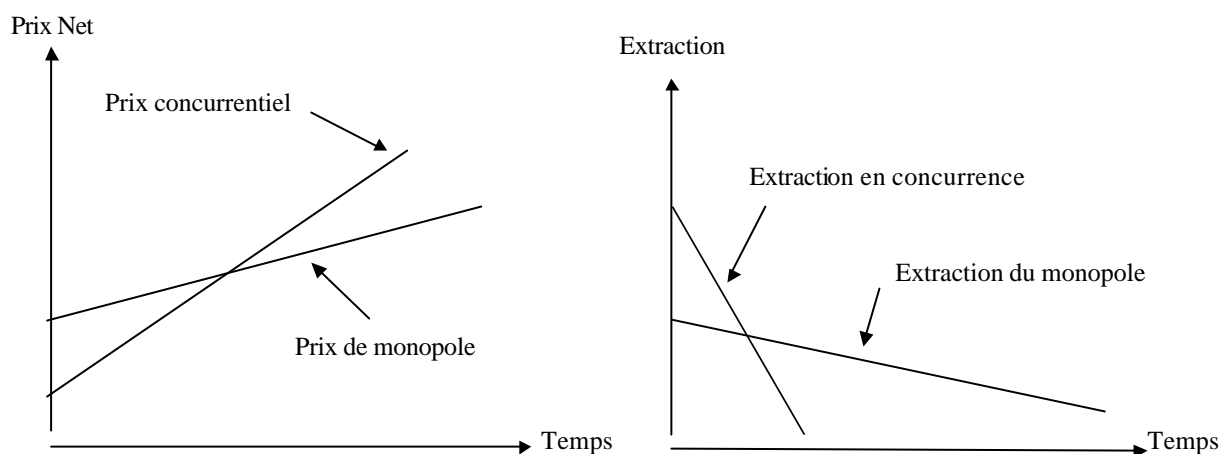
$$\log \Pi = \log I + \log e^{it}$$
$$\frac{d \log \Pi}{dt} = \dot{\Pi} = i$$

Le prix diminuera plus ou moins rapidement en fonction de la relation prix-recette marginale. Hotelling avance ici deux raisons pour croire que le prix augmentera moins rapidement et que l'épuisement du gisement sera retardé dans une structure de marché monopolistique :

- La demande sera telle que la ressource sera épuisée dans un temps fini pour l'entreprise concurrentielle et dans un temps « infini » pour le monopole. Dans le cadre d'une structure de marché concurrentielle et de l'épuisement d'un gisement, le prix tend vers une valeur finie lorsque la demande se rapproche de 0 (en d'autres termes, la courbe de demande intercepte l'axe des ordonnées à une certaine valeur). Dans une structure monopolistique, l'épuisement d'une ressource signifie que la recette marginale tend vers une valeur finie lorsque la demande se rapproche de 0. Hotelling.H suggère ainsi qu'il est très probable que la première condition soit satisfaite mais pas la seconde, eu égard au fait que « *this is simply part of the general tendency for production to be retarded under monopoly* » (1931, p 152).

- L'exemple numérique pris par Hotelling suggère que l'entreprise concurrentielle et le monopole épuisent le gisement en un temps fini, toutefois le monopole prend plus de temps. La tendance du monopole serait de maintenir la production en dessous du taux optimum et d'extorquer des prix excessifs aux consommateurs.

Devarajan et Fisher²⁰ ont illustré le chemin temporel suivi par le prix et l'extraction (dans le cas de la concurrence parfaite et du monopole) par la figure ci-dessous. Rappelant que les résultats de Hotelling s'appuient sur les caractéristiques de la fonction de demande (courbe de demande linéaire et stable, élasticité décroissante quand les quantités augmentent), ils notent que le raisonnement reste encore valable lorsque la demande se déplace sur le temps en devenant plus élastique²¹.



Outre ses conclusions en termes de prix et d'extraction pour le monopole, l'équation (5) définie par Hotelling souligne surtout le fait que la règle de discrimination intertemporelle, formulée dans le cas de biens durables, trouverait son interprétation pour des ressources naturelles épuisables²².

II) Les caractéristiques du coût de stockage

L'étude précédente partait du principe que les coûts de stockage pouvaient être appréhendés par les seules charges d'intérêt. Or l'existence d'autres coûts de stockage que le taux d'intérêt, nous oblige à reformuler la règle de discrimination intertemporelle précédemment exposée.

²⁰ S. Devarajan, A.C Fisher (1981) «*Hotelling's Economics of Exhaustible Resources : Fifty Years Later*» Journal of Economic Literature Vol XIX Mars (p 65 - 73).

²¹ Stiglitz J.E (1976) «*Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources*» The American Economic Review vol 66 n° 4 Septembre (p 655-661).

²² Ce résultat repose sur l'hypothèse de coûts d'extraction constants (implicitement faite par Hotelling). Or dans de nombreuses industries d'extraction de ressources naturelles, on s'attend à ce que les coûts d'extraction augmentent avec la production cumulée. D. Levahri et R. Pyndick montrent ainsi que lorsque le coût d'extraction marginal est croissant, la règle d'Hotelling (le prix net augmente en fonction du taux d'intérêt) tient pour la concurrence mais pas pour le monopole. En outre, dans une structure de marché concurrentielle, le comportement du prix dépend de la durabilité du bien et des caractéristiques de la demande. Les auteurs montrent que le prix diminue toujours pour une ressource parfaitement durable et une demande constante et qu'il apparaît en forme de U pour une ressource partiellement durable et/ou une demande croissante. Voir D. Levahri, R. Pyndick (1981) «*The Pricing of Durable Exhaustible Resources*» Quarterly Journal of Economics Vol XCVI Août n° 3 (p 366 - 377)

Dans son article «*The Supply of Storage*», Brennan (1958)²³ définit le coût de stockage à partir de trois éléments : les dépenses de stockage physique, le facteur d'aversion pour le risque et ce qu'il appelle the Convenience Yield : «*The net marginal cost of storage is defined as the marginal outlay on physical storage plus a marginal risk-aversion factor minus the marginal convenience yield on stocks*» (1958, p 53).

Les dépenses totales du stockage physique correspondent à la location de l'espace de stockage, aux frais de maintenance, aux charges de gestion courante (entrée-sortie), aux intérêts, à l'assurance...Ces dépenses augmentent avec la quantité de stocks détenus par la firme. Brennan avance qu'il est raisonnable de supposer que les dépenses marginales de stockage physique sont approximativement constantes jusqu'à ce que la capacité totale de l'entrepôt soit pleinement utilisée. Au delà ce niveau, les dépenses marginales augmenteront à un taux croissant. **Bien que Brennan ne fasse pas la distinction entre les frais financiers et les coûts physiques de stockage, nous adopterons par la suite une présentation séparée de ces deux éléments.** Les frais financiers correspondent à l'immobilisation de capitaux sous la forme d'un stock. Lorsque le stock est financé par l'emprunt, les intérêts sont calculés à partir du taux d'intérêt du marché²⁴. Lorsque le stock n'est pas financé par emprunt, les frais financiers sont équivalents au coût d'opportunité des capitaux. La distinction entre charges d'intérêt et coûts physiques de stockage nous permettra de revenir sur les travaux de Smithies et Shaw (lesquels assimilent le coût de stockage aux seules charges d'intérêt) tout en les intégrant dans une approche plus générale de la politique de stockage (la possibilité de facturer un coût de stockage fantôme ou d'absorber ce même coût pourra être introduite par la suite).

Le facteur d'aversion pour le risque : selon Keynes²⁵, le détenteur de stocks court le risque que la période de détention des stocks soit plus longue que prévue et que le prix de revente de ses stocks soit moins élevé que prévu. Pour supporter ce risque, le détenteur de stocks exige d'être rémunéré au moyen d'une prime d'un montant proportionnel au risque encouru. Le facteur d'aversion pour le risque augmente donc également avec la quantité de stocks tenus par l'entreprise. En effet, si celle-ci détient

²³ Brennan M.J (1958) «*The Supply of Storage* » The American Economic Review n° 48 Mars 1958 (p 50 - 72).

²⁴ Selon Kaldor, le taux d'intérêt servant à calculer les frais financiers devait être le taux à court terme, car les opérations financées ont essentiellement un caractère de courte période. Kaldor .N (1939) «*Speculation and Economic Stability* » The Review of Economic Studies Vol 2 (p 196-201).

²⁵ J.M Keynes (1930) «*Treatise on Money* » Mc Millan, Londres. Voir également J.P Bilet (1984) «*Marchés à terme et gestion de l'économie pétrolière* » Economica.

une importante quantité de stocks, le risque encouru en s'engageant à faire des investissements de stocks est élevé. Enfin *the Convenience Yield*²⁶, comme l'appelle Brennan, reflète l'avantage (en termes de délai bref et de coûts plus faibles) d'être capable de continuer à satisfaire ses clients réguliers ou de tirer parti de l'augmentation de la demande et du prix sans entraîner une révision du plan de production (*le Convenience Yield illustre le Juste à Temps et la politique de stocks zéro mis en place depuis les années 80 dans de nombreuses entreprises*). Brennan ajoute que plus faible est le niveau des stocks, plus grand sera le Convenience Yield d'une unité supplémentaire. Ce dernier serait donc une fonction décroissante du niveau des stocks (l'auteur suppose cependant que pour une quantité de stocks importante, le Convenience Yield marginal²⁷ est égal à 0). Notons ici que la distinction entre les stocks de Convenience Yield et les stocks spéculatifs devient étroite lorsqu'une firme est supposée détenir des stocks afin de manipuler un flux croissant de commandes.

Si l'on désigne par $C(s_t)$, le coût total du stockage, par $o_t(s_t)$ les dépenses totales du stockage physique, par $i_t(s_t)$ les charges financières à l'instant t, par $a_t(s_t)$ le facteur d'aversion pour le risque, par $g_t(s_t)$ le Convenience Yield, alors on peut présenter une approximation du coût de stockage tel que : $C(s_t) = o_t(s_t) + i_t(s_t) + a_t(s_t) - g_t(s_t)$

Le coût marginal de stockage est alors tel que: $C'(s_t) = o'_t(s_t) + i'_t(s_t) + a'_t(s_t) - g'_t(s_t)$ (1)

Ainsi une entreprise cherchant à maximiser son revenu net, détiendra un montant de stocks tel que le coût marginal de stockage par unité de temps égalise la recette marginale des stocks par unité de temps. Brennan définit cette dernière comme le changement attendu du prix d'une période t à une période t+1.

Soit μ_t , la recette de stockage telle que $\mu_t(s_t) = p_{t+1} - p_t$ (2)

²⁶ Le concept de Convenience Yield a été introduit par Kaldor. Dans sa définition originale, cette prime de disponibilité correspond à la prime de situation qui est liée à la possession d'un stock du fait de son immédiate disponibilité. Working .H introduira un peu plus tard, cette prime de disponibilité afin d'expliquer les charges inverses de transport sur les marchés à terme. Il avait constaté que les coûts de stockage nets pouvaient être négatifs de sorte que les prix futurs soient inférieurs aux prix spots (Kaldor .N (1949) «*The Theory of price of storage* » The American Economic Review Vol XXXIX n° 6 Décembre (p 1254 - 1262).

²⁷ E.S Shaw considérait pour sa part que le Convenience Yield pouvait être défini à partir de trois motifs de détention des stocks : le désir de minimiser les dépenses de transport et les transactions sur un flux constant de production et de ventes, le désir de synchroniser une production saisonnière irrégulière à des ventes saisonnières irrégulières, et le désir d'éviter le mécontentement des consommateurs lorsque le produit n'est pas disponible ou caractérisé par un profond retard de livraison. (Shaw E.S 1940, p 481).

Le stockage serait ainsi effectué par une entreprise si celle-ci anticipe une augmentation de la demande (se traduisant elle-même par une variation des prix à la hausse en $t+1$). Cette idée est importante, puisque si nous avons défini la discrimination par les prix comme une tentative d'exploiter l'hétérogénéité de la demande, le stockage sera l'illustration de ce que nous appellerons une politique de discrimination intertemporelle.

Le problème revient donc à maximiser $(p_t q_t - c_t y_t - C_t(s_t)) e^{-it}$ (3)

sous les contraintes suivantes : $\int_1^T (y - q) dt = 0$ (4)

En passant par le Lagrangien, ceci nous donne :

$$L = [p_t q_t - c_t y_t - C_t(s_t)] e^{-it} + \mathbf{I} (y - q) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{J} L}{\mathcal{J} q} &= \left[p_t + q_t \cdot \frac{dp_t}{dq_t} \right] e^{-it} - \mathbf{I} - \frac{dC_t(s_t)}{dq_t} \cdot e^{-it} = 0 && \text{avec } \frac{dC_t(s_t)}{dq_t} = C'_t \\ \frac{\mathcal{J} L}{\mathcal{J} y} &= - \left[c_t + y_t \cdot \frac{dc_t}{dy_t} \right] e^{-it} + \mathbf{I} - \frac{dC_t(s_t)}{dy_t} \cdot e^{-it} = 0 && \text{avec } \frac{dC_t(s_t)}{dy_t} = C'_t \\ \frac{\mathcal{J} L}{\mathcal{J} \mathbf{I}} &= y - q = 0 \end{aligned}$$

$$\left(p_t + q_t \cdot \frac{dp_t}{dq_t} \right) e^{-it} + e^{-it} C'_t = \mathbf{I} \quad (6a)$$

$$\left(c_t + y_t \cdot \frac{dc_t}{dy_t} \right) e^{-it} + e^{-it} C'_t = \mathbf{I} \quad (6b)$$

- A la période finale, lorsque $t = T$, $y - q = 0 \Leftrightarrow s_t = 0$

$$\text{Ainsi } \left[p_T + q_T \cdot \frac{dp_T}{dq_T} \right] e^{-iT} = \left[c_T + y_T \cdot \frac{dc_T}{dy_T} \right] e^{-iT} \quad (7)$$

Lorsque la période de référence est T ou lorsque les coûts de stockage sont réduits aux seules charges d'intérêt, on retrouve la règle de Smithies et de Shaw établie précédemment.

- Pour une période $t < T$, on a

$$\left[p_T + q_T \cdot \frac{dp_T}{dq_T} \right] e^{-iT} - \left[p_t + q_t \cdot \frac{dp_t}{dq_t} \right] e^{-it} - e^{-it} C'_t = 0 \quad (8a)$$

$$\left[c_T + y_T \cdot \frac{dc_T}{dy_T} \right] e^{-iT} - \left[c_t + y_t \cdot \frac{dc_t}{dy_t} \right] e^{-it} - e^{-it} C'_t = 0 \quad (8b)$$

On obtient alors la règle suivante :

$$e^{-iT}(Rm_T) - e^{-it}(Rm_t) = e^{-it} C'_t \quad \Leftrightarrow \quad \Delta Rm_t = C'_t \quad (9a)$$

$$e^{-iT}(Cm_T) - e^{-it}(Cm_t) = e^{-it} C'_t \quad \Leftrightarrow \quad \Delta Cm_t = C'_t \quad (9b)$$

Ainsi les ventes du monopole seront telles que la variation des recettes marginales devra être égale au coût marginal de stockage et les quantités produites seront telles que la variation des coûts marginaux devra être égale au coût marginal de stockage²⁸.

Les équations (9 a) et (9 b) permettent de présenter l'équilibre suivant: $C'_t = \Delta Rm_t = \Delta Cm_t$ (10)

$$\text{En sachant que } Rm_t = p_t \left(1 + \frac{1}{|e|} \right)$$

$$\text{On obtient l'expression suivante : } C'_t = \Delta p_t \left(1 + \frac{1}{|e|} \right) = \Delta Cm_t \quad (11)$$

- De là, lorsque la demande est parfaitement élastique ($e \rightarrow -\infty$)

$$\lim_{e \rightarrow -\infty} \Delta p_t \left(1 + \frac{1}{|e|} \right) = \Delta p_t \quad \text{l'équation (11) devient } C'_t = \Delta p_t = \Delta Cm_t$$

Les prix devront refléter pleinement les coûts de stockage.

²⁸ Ce résultat avait déjà été souligné par Brennan. Par une démonstration quelque peu analogue, L. Phlips et J.F Thisse soulignent que ces conditions mènent à une règle de discrimination intertemporelle généralisée. Cette dernière stipule que « la recette marginale corrigée par les coûts de stockage actuels et futurs doit être égale au coût marginal de production corrigée de la même façon et être constante dans le temps ». Voir L. Phlips, J.F Thisse (1981) « Pricing, Distribution and Storage » European Economic Review vol 15 (p 231).

- Si la demande est dite inélastique ($e \rightarrow 0^-$)

$$\lim_{e \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{|e|} \right) = -\infty \quad \text{l'équation (11) devient } C_t' = \Delta p_t + \underbrace{\frac{\Delta p_t}{|e|}}_{<0} = \Delta C m_t$$

$$\frac{\Delta p_t}{|e|} < 0 \quad \text{implique que } C_t' - \Delta p_t < 0 \quad \text{c'est à dire } C_t' < \Delta p_t$$

Les prix sont alors supérieurs au coût marginal de stockage

De ces deux propositions, on peut démontrer que lorsque la demande est hétérogène de manière à ce qu'une partie des consommateurs soit sensible aux prix et l'autre y soit insensible, il est profitable pour une entreprise de **procéder à une absorption du coût de stockage pour les consommateurs sensibles²⁹ aux prix** ($C_t' > \Delta p_t$) et à **une facturation d'un coût de stockage fantôme pour les consommateurs insensibles au prix** ($C_t' < \Delta p_t$).

Ce résultat amène trois remarques :

* **La première remarque** sera introduite après une reformulation de l'équation (11) :

$$C_t' = \Delta p_t \left(1 + \frac{dp_t}{dq_t} \cdot \frac{q_t}{p_t} \right) = \Delta C m_t \quad (12)$$

On montre que **le stockage devient profitable lorsque les courbes de demande et/ou de coûts se déplacent vers le haut** (résultat établi par Smithies et Shaw dans la section précédente).

$$\text{En effet, si } \frac{dp_t}{dq_t} \cdot \frac{q_t}{p_t} > 0 \quad \Rightarrow \quad C_t' = \Delta p_t + \underbrace{\Delta p_t \left(\frac{dp_t}{dq_t} \cdot \frac{q_t}{p_t} \right)}_{>0} = \Delta C m_t$$

$$\text{Dès lors, } C_t' - \Delta p_t > 0 \quad \Leftrightarrow \quad C_t' > \Delta p_t$$

²⁹ Nous avons ici une analogie avec la discrimination spatiale par les prix, l'absorption de stockage peut être assimilée à une absorption de fret, et intervient lorsque les courbes de demande ne sont pas trop convexes (forte élasticité) comme l'ont montré Greenhut M.L et Ohta.H dans leur ouvrage «*Theory of Spatial Pricing and Market Areas*» Duke University Press 1975.

Par analogie avec l'espace, le monopole absorbera les coûts de stockage (lorsque les prix augmentent). Cette conclusion prévaut également lorsque les coûts de production sont croissants.

$$\text{En effet si } \Delta C m_t > 0 \text{ alors } C'_t - \Delta p_t > 0$$

* **La seconde remarque** souligne le fait qu'il est encore possible d'améliorer la règle de discrimination intertemporelle en introduisant les expressions (1) et (2) du coût marginal de stockage et de la recette marginale de stockage dans l'équation (11). Ce qui nous donne :

$$o'_t(s_t) + i'_t(s_t) + a'_t(s_t) - g'_t(s_t) = \mu'_t \left(1 + \frac{1}{|e|} \right) \quad (13)$$

Ce serait ainsi l'anticipation d'une hausse des prix et ses conséquences sur l'hétérogénéité de la demande qui amènerait le monopole à stocker une partie de sa production. En jouant sur les composantes du coût marginal de stockage, il est possible d'absorber les coûts de stockage ou de facturer un coût fantôme en fonction de la sensibilité des consommateurs aux prix du monopole.

Exemple : Si la clientèle est inélastique, $\lim_{e \rightarrow 0^-} \mu'_t \left(\frac{1}{|e|} \right) = -\infty$

$$\text{On a alors } o'_t(s_t) + i'_t(s_t) + a'_t(s_t) - g'_t(s_t) - \mu'_t < 0$$

Les prix sont supérieurs aux coûts marginaux de stockage, ce qui serait le reflet de la facturation d'un coût fantôme (il peut s'agir de la facturation d'un coût de stockage physique supplémentaire, ou d'une prime de risque supérieure au risque réel...).

* **La troisième remarque** note enfin que si le nombre d'entreprises sur le marché venait à augmenter ($n \rightarrow +\infty$), alors les prix tendraient à refléter pleinement les coûts de stockage. En effet, si chaque firme produit le même bien homogène et maximise sa fonction de profit temporel, alors l'équation (10) prendra la forme suivante :

$$C'_{it} = \Delta R m_{it} = \Delta C m_{it} \quad (14)$$

$$\text{Comme } e_i = \frac{dq_t}{dp_t} \cdot \frac{p_t}{q_{it}} \text{ et } q_{it} = \frac{q_t}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{q_t}{n} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} |e| = 0$$

L'élasticité de la demande par rapport au prix devient nulle, ce qui entraîne :

$$C'_t = \Delta p_t = \Delta Cm_t$$

Ce résultat conforte l'idée que la discrimination intertemporelle devient impossible lorsque le marché s'approche d'une situation parfaitement concurrentielle³⁰.

Dans le cas où il y aurait une différenciation des produits, chaque firme aura sa propre fonction de demande et son propre prix de manière à ce que :

$$q_{it} = -a p_{it} + b + v_t(\bar{p} - p_{it}) \quad (15)$$

avec v : vitesse d'ajustement du consommateur à une différence entre le prix de la firme i et le prix moyen de l'industrie. Dès lors, l'élasticité de la demande au prix (e_i) prendra la forme suivante :

$$e_i = - (a + v_t) \cdot \frac{p_{it}}{q_{it}}$$

$$\text{L'équation (11) s'écrira : } C'_t = \Delta p_t \left(1 - \frac{q_{it}}{p_{it}} \cdot \frac{1}{(a + v_t)} \right) = \Delta Cm_t \quad (16)$$

Si les consommateurs sont sensibles aux prix et s'adaptent rapidement à une différence de prix telle que le prix de la firme i est supérieur au prix moyen de l'industrie, les prix refléteront pleinement les coûts de stockage en une durée de temps minimale. Ce résultat peut nous aider à comprendre pourquoi les firmes tentent de plus en plus de se différencier au niveau des caractéristiques du bien afin de rendre caduque toute possibilité d'ajustement des consommateurs (dans le même temps, elles évitent une vive concurrence par les prix).

³⁰ Résultat déjà démontré par Schuler R.E et Holahan W.L dans le cadre de la discrimination spatiale. Voir l'article « *Competition Vs. Vertical Integration of Transportation and Production in a Spatial Economy* » Papers of the Regional Science Association n° 41 1978 (p 209 - 225).

III) Les perspectives des modèles de stockage

La section précédente tendait à montrer que les stocks pouvaient jouer un rôle central dans la théorie des prix via la politique de discrimination intertemporelle. Si une hausse des stocks est le plus souvent rattachée à une situation de déséquilibre (cette hausse est alors considérée comme involontaire), soulignant une baisse des prix, la question des stocks planifiés (c.a.d volontaires) laisse entendre qu'une entreprise pourrait produire pour le stockage, et dans ce cas, s'appuyer sur la déconnexion entre les quantités produites et vendues afin de manipuler les prix (en d'autres termes la demande). Il est alors possible d'appréhender la portée de la règle de discrimination intertemporelle obtenue (éq 7) à partir des trois constats suivants :

Premier constat : Phlips et Thisse (1981) ont réinterprété la règle de discrimination intertemporelle en tenant compte de l'existence des distributeurs dont le véritable métier est d'offrir du stock. Ils distinguent à cet effet, le marché intermédiaire (entre le producteur B, monopole d'un produit homogène et stockable, et n firmes A_i , les distributeurs) et le marché final (entre les distributeurs et les consommateurs). Il est supposé que la seule activité des distributeurs est d'offrir des stocks et que le monopole ne détient pas de stocks. Le modèle apparaît sous la forme d'un jeu non coopératif entre un grand nombre de distributeurs où l'entrée sur le marché final est impossible (le nombre de distributeurs est exogène).

Dans le cas d'une fonction de demande instantanée des consommateurs (forme que nous avons retenue depuis le début de cette étude), les profits du distributeur A et du producteur B peuvent être présentés sous la forme suivante :

$$\text{Profit pour le distributeur A : } \Pi_{A_i} = \sum_{t=1}^T [p_t^A(q_t) \cdot q_{it} - p_t^B y_{it} - C_t(s_{it})]$$

$$\text{Profit pour le producteur B : } \Pi_B = \sum_{t=1}^T [p_t^B y_t - c(y_t)]$$

Où la quantité vendue par le distributeur A_i aux consommateurs durant la période t est notée q_{it} . De la même façon, y_{it} désigne la quantité achetée par le distributeur A_i au producteur B à la période t , alors que y_t fait référence aux ventes totales du producteur B (égal à sa production). Enfin, il est supposé

que le prix fixé sur le marché intermédiaire, p_t^B , est déterminé³¹ par le producteur B. Ainsi le coût d'achat des n distributeurs $p_t^B y_t$ est égal au chiffre d'affaires du producteur B.

Compte tenu de l'évolution temporelle du niveau des stocks,

$$s_{i,t} - s_{i,t-1} = y_{i,t} - q_{i,t} \quad \text{et} \quad \sum_{t=1}^T s_{i,t} = 0 \quad (\text{c'est à dire } y_{i,T} - q_{i,T} = 0)$$

la maximisation des ventes et des achats effectués par les distributeurs pourra être appréhendée par le Lagrangien :

$$\text{Soit : } L_{Ai} = \Pi_{Ai} + \mathbf{I}(y_{i,t} - q_{i,t})$$

$$L_{Ai} = \left[p_t^A(q_t) \cdot q_{i,t}^i - p_t^B y_{i,t} - C_t(s_{i,t}) \right] + \mathbf{I}(y_{i,t} - q_{i,t})$$

A la période T, nous retrouvons un résultat proche de celui de l'équation (7), soit

$$p_T^A + q_{i,T} \frac{dp_T}{dq_T} = p_T^B \quad (7 \text{ a})$$

Le prix de vente (revenu moyen) du producteur B doit être égal à la recette marginale des distributeurs Ai. Pour une période $t < T$, l'expression (7 a) peut prendre la forme suivante :

$$p_T^A + q_{i,t} \frac{dp_T^A}{dq_T} - p_t^A - q_{i,t} \frac{dp_t^A}{dq_t} - C'_{i,t} = 0 \quad (8c)$$

$$p_T^B - p_t^B - C'_{i,t} = 0 \quad (8d)$$

$$\text{La règle d'équilibre s'écrira : } C'_{i,t} = \Delta Rm_t = \Delta p_t^B \quad (10 \text{ a})$$

Comme les distributeurs sont les seuls à exploiter le marché final (c'est à dire les consommateurs), l'équation (10 a) pourra être reformulée comme suit :

$$C'_{i,t} = \Delta p_t^A \left(1 + \frac{1}{|e|} \right) = \Delta p_t^B \quad (11 \text{ a})$$

Comme précédemment l'analogie avec l'absorption ou la facturation de fret dans le cas de l'économie spatiale, sera exprimée à travers le signe de $(\Delta p_t^A) / |e|$.

³¹ Les prix sont déterminés pour chaque intermédiaire Ai en fonction de son chiffre d'affaires et de deux stratégies : les quantités vendues sur le marché final et les quantités achetées sur le marché intermédiaire. Il s'agit d'un jeu non coopératif.

Phlips et Thisse ont illustré la règle de discrimination intertemporelle (contenue dans l'équation 11 a) grâce au marché belge des engrais azotés. Sur ce marché, la demande finale d'engrais prend sa source à la ferme et est caractérisée par un mouvement saisonnier important. Ainsi les engrais azotés sont utilisés chaque année, durant une période de trois mois, en moyenne de mars à mai. **La demande finale est presque instantanée**, comme les fermiers ont seulement des possibilités de stocks limitées, les transferts intertemporels interviennent sur un nombre de mois limité (jusqu'en décembre ou janvier). **Du côté de la distribution**, les auteurs assurent que les stocks du marché sont pour l'essentiel offerts par les distributeurs. Ces derniers sont nombreux, de petite taille et compétitifs. Enfin, **en ce qui concerne la production**, un cartel contrôle la production depuis 1932. Chaque année, des échelles de prix saisonnières sont annoncées au printemps pour les 12 mois à venir. Le but déclaré de l'échelle de prix saisonnière est d'encourager les achats dans les périodes calmes (automne et début hiver). Le prix annoncé est le prix de détail.

Selon Phlips et Thisse, l'allure temporelle des prix prend la forme suivante : « *The price increases stepwise during the months when final demand is negligible, i.e until February or March (according to weather conditions); then the price is constant for two or three months; finally, there is a sharp drop, the lowest level being reached in June or July. This low level is, in fact, the starting point of a new seasonal price schedule* »³². Le tableau ci-dessous présente la liste des prix annoncés en juillet 1976 (FB pour 100 kgs), pour les 12 mois à venir, et pour trois types d'engrais.

Mois de Livraison	Nitrate d'Ammoniaque 26%		Nitrate d'Ammoniaque 21%		Urée 26%	
	P_t	ΔP_t	P_t	ΔP_t	P_t	ΔP_t
Juillet 1976	386		352		709	
Août	386	0	352	0	709	0
Septembre	386	0	352	0	709	0
Octobre	392	6	358	6	715	6
Novembre	398	6	364	8	721	6
Décembre	405	7	371	7	728	7
Janvier 1977	411	6	377	6	734	6
Février	415	4	381	4	738	4
Mars	418	3	384	3	741	3
Avril	418	0	384	0	741	0
Mai	418	0	384	0	741	0
Juin	418	0	384	0	741	0

³² L. Phlips, J.F Thisse (1981 p 240). Notons que L. Phlips reprend cet exemple dans son ouvrage « *The Economics of Price Discrimination* » Cambridge Press 1983 (p 103).

Cette allure temporelle des prix peut être appréhendée par l'équation (11 a) introduite précédemment :

Ainsi jusqu'en septembre, les distributeurs font seulement des achats négligeables et essaient de garder leurs coûts de stockage à leur minimum. Dans ces conditions, on peut poser $C_t' = 0$, et conclure que $\Delta p_t^A = \Delta p_t^B$ (**le prix de vente du distributeur reflète pleinement le prix d'achat du bien du producteur B**).

De septembre à mars, les distributeurs augmentent leurs stocks, C_t' est positif, Δp_t^A est croissant de septembre à décembre, puis décroissant de décembre à mars. De là, $\Delta p_t^A = \Delta p_t^B = C_t'$, **les distributeurs peuvent alors absorber une partie des coûts de stockage (ou facturer des coûts de stockage fantômes) en fonction de la sensibilité de la demande au prix**, $\Delta p_t^A > 0$.

De mars jusque juin, la demande finale est très élevée sur le marché. Dés lors, les stocks sont à leur plus bas niveau : $C_t' = 0$ et $\Delta p_t^A / |e| = 0$.

Notons toutefois qu'une règle de discrimination intertemporelle basée sur le stockage peut conduire le producteur à absorber les distributeurs. En effet, si l'intégration verticale est souvent associée au désir du producteur d'internaliser la courbe de recette marginale du marché final³³, elle peut également trouver son origine dans un changement de la politique de prix. Ainsi, en absorbant les distributeurs, le producteur peut recourir à la discrimination intertemporelle par les prix dès qu'il contrôle l'offre totale de stockage.

Deuxième constat : L.Philips souligne que la règle de discrimination intertemporelle par les prix peut fournir une justification théorique à la pratique du coût normal: «*The pervasiveness of price stickiness accross time and space is not only a recognized fact : it is also a phenomom in search of a theory... In this paper an attempt is made to show that price rigidity can be compatible with optimizing behavior when the optimization is done in an intertemporal framework* » (1980, p 526).

³³ Greenhut M.L, Ohta .H (1976) «*Related Market Conditions and Interindustrial Mergers* » American Economic Review vol 66 (p 267 - 277).

Pour le voir, partons des équations (6a) et (6b) retraçant la maximisation sous contrainte :

$$\left(p_t + q_t \cdot \frac{dp_t}{dq_t} \right) e^{-it} + e^{-it} C'_t = \mathbf{I} \quad (6a)$$

$$\left(c_t + y_t \cdot \frac{dc_t}{dy_t} \right) e^{-it} + e^{-it} C'_t = \mathbf{I} \quad (6b)$$

$$\text{Soit } e^{-it} \left(p_t + q_t \frac{dp_t}{dq_t} \right) = e^{-it} \left(c_t + y_t \frac{dc_t}{dy_t} \right) = \mathbf{I} \quad (\forall t = 0 \dots T) \quad (6c)$$

Le multiplicateur \mathbf{I} peut être exprimé en fonction du coût marginal :

$$\mathbf{I} = e^{-it} \left(c_t + y_t \frac{dc_t}{dy_t} \right) \quad \text{soit} \quad \mathbf{I} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T e^{-it} \left(c_t + y_t \frac{dc_t}{dy_t} \right) \quad (6d)$$

Dès lors, \mathbf{I} s'interprète comme un **coût marginal « moyen »** calculé sur l'ensemble de la période de planification ($t = 0 \dots T$), et non plus sur la seule période courante. La recette marginale de la période, plus précisément le prix de la période, s'appuie **sur un coût lissé**, c'est à dire une moyenne du coût marginal de la période présente et future (d'où l'importance des anticipations de coûts sur toute la période de planification !).

$$\text{Soit } p_t + q_t \frac{dp_t}{dq_t} = \mathbf{I} \quad (6e)$$

$$\text{avec } Rm_t = p_t \left(1 + \frac{1}{e} \right), \text{ l'équation (6e) devient : } p_t = \mathbf{I} \cdot \left(\frac{e}{1+e} \right)$$

Ainsi la règle de discrimination intertemporelle par les prix, en s'appuyant sur le stockage, conduirait à tenir compte à la fois de la notion de coût lissé (ce dernier fait directement référence à la définition du prix normal donnée par Godley et Nordhaus³⁴) **et de la demande**. Dans ces conditions, les entreprises qui ont les moyens d'agir sur des horizons de planification assez longs, n'ont pas intérêt à ce que les prix fluctuent au gré des conditions courantes du marché. Tous les ajustements en quantité (c'est à dire les stocks) qui assurent une plus grande flexibilité aux entreprises

³⁴ Godley .W, Nordhaus W.D (1972) «Pricing in the Trade Cycle » Economic Journal n° 82 (p 853 - 882). Voir également Coutts .K, Godley .W, Nordhaus W.D (1978) «Industrial Pricing in the United Kingdom » Cambridge University Press, London.

conduisent en même temps à une plus grande inertie des prix. Comme le souligne Encaoua, Michel (1986, p 184) «*La dimension temporelle des décisions de chaque période portant sur la quantité produite, la quantité vendue, le prix et les stocks, entraîne un phénomène de discrimination intertemporelle des prix dont l'effet se manifeste par une inertie vis à vis des conditions courantes*». Toutefois, la possibilité d'exploiter les différentes intensités de la demande (grâce à l'absorption des coûts de stockage ou la facturation d'un coût fantôme) de même que la pression concurrentielle, peuvent conduire à remettre en cause l'importance de ces ajustements par des quantités et à rendre les prix plus flexibles. C'est pourquoi, nous préférons parler d'une flexibilité imparfaite des prix plutôt que d'une inertie des prix.

Divers travaux, en particulier celui d'Encaoua et Michel (1986) ont montré comment la maximisation intertemporelle des profits pouvait être compatible avec une flexibilité imparfaite des prix vis à vis des fluctuations de l'activité courante. A partir d'une décomposition en 6 secteurs industriels (Biens de Consommation, Biens Intermédiaires, Biens d'Équipement Industriels, Biens d'Équipement Ménager, Industries Agro-alimentaires et l'Automobile), ces auteurs ont présenté un cadre d'analyse de la formation des prix industriels en France sur la période 1963 - 1982. En combinant le caractère d'inertie des prix avec plusieurs variables explicatives (lissage de la production, influence de la demande...), Encaoua et Michel obtiennent la typologie sectorielle suivante :

INERTIE DES PRIX	Influence de la demande sur les prix Lissage de la production Répercussion totale des fluctuations des CIU Répercussion atténuée des fluctuations des CSU	
	Non	Oui
Faible	Biens de Consommation	Biens Intermédiaires Biens d'Équipement Industriel
Forte	Industries Agro-alimentaires	Automobile Biens d'Équipement Ménager

CIU : Coûts unitaires de consommation intermédiaires

CSU : Coûts unitaires salariaux

Ces auteurs constatent ainsi que dans les quatre secteurs que sont les biens intermédiaires, les biens d'équipement industriel, les biens d'équipement ménager et l'automobile, il y a un effet sur les prix

plus important des fluctuations des coûts totaux que des fluctuations de la production. Deux interprétations possibles semblent se dégager de leur étude : un lissage de la production ou une influence de la demande. Si la seconde interprétation s'impose dans les biens d'équipement professionnel et l'automobile, les deux interprétations sont acceptées dans les biens intermédiaires et les biens d'équipement ménager. Le fait que ces deux interprétations ne soient ni exclusives, ni contradictoires, suggère, selon Encaoua et Michel, que « dans la mesure où les variations de la production répondent à la pression de la demande, on peut, à la suite d'un accroissement de la demande³⁵, contrer l'influence sur les prix de la chute des coûts unitaires effectifs par un accroissement du taux de marge ou par un lissage de ces coûts ou les deux » (1986, p 122). Or une explication tout aussi plausible, consisterait à dire que la règle de discrimination intertemporelle qu'introduit la variation des stocks, conduit à étaler dans le temps les effets de chocs transitoires sur l'offre et la demande, mais également à exploiter les élasticités différentes des consommateurs. De cette règle, une évolution des prix plus lissée apparaît comme une solution optimale de la maximisation des profits actualisés.

Troisième constat : Une dernière remarque concerne un lien qu'il est possible d'établir entre le coût marginal lissé et la concentration d'une industrie. Considérons n firmes pratiquant une politique de discrimination intertemporelle par les prix. Pour chaque firme i, le prix qui réalise l'équilibre non coopératif de Cournot, vérifie la relation :

$$p + q_i \frac{dp}{dq_i} = \mathbf{I}_i \quad \text{ou encore} \quad p + q_i \frac{dp}{dq} \frac{dq}{dq_i} = \mathbf{I}_i \quad (6 f)$$

(où \mathbf{I}_i représente toujours le coût marginal moyen)

Pour obtenir les quantités optimales, partons de dq / dq_i . En sachant que q peut se décomposer en q_i (ventes de la firme i) et q_j (ventes des autres firmes), alors on peut écrire que :

$$\frac{dq}{dq_i} = \frac{dq_i + dq_j}{dq_i} = 1 + k_i$$

dq_j / dq_i (ici k_i) traduit l'attitude de la firme i qui modifie ses ventes en anticipant une modification des ventes des autres firmes (variation conjecturale).

³⁵ Notons que la demande est appréhendée dans le modèle économique d'Encaoua par le taux de stockage (volume des stocks sur le volume de la production).

$$\text{Soit ainsi } p + q_i \frac{dp}{dq} (1 + k_i) = I_i$$

$$\text{Comme } e = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q}, \text{ l'expression devient : } p \left[1 + \frac{q_i}{q} \cdot \frac{1}{e} (1 + k_i) = I_i \right] \quad (6g)$$

Afin d'introduire une mesure de la concentration dans cette équation, nous utiliserons l'indice d'Herfindahl³⁶ H tel que :

$$H = \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i}{q} \right)^2$$

ce qui revient à multiplier les deux membres de l'équation par q_i / q et à agréger les n firmes :

$$\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{q} \cdot p + \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i}{q} \right)^2 \cdot \frac{p}{e} \cdot (1 + k_i) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{q} I_i$$

$$\text{Soit } p \left(1 + \frac{H}{e} (1 + k_i) \right) = \bar{I} \quad (6h)$$

Dans le cas d'une fonction de demande inverse linéaire, telle que :

$$p = -a q + b \quad \text{avec } e = \frac{p}{p-b}$$

$$\text{L'expression (6h) peut être réécrite de la manière suivante : } p \left[1 + H(1 + k_i) \cdot \frac{p-b}{p} \right] = \bar{I}$$

$$\text{Soit } p = \frac{\bar{I}}{1 + H(1 + k_i)} + \frac{bH(1 + k_i)}{1 + H(1 + k_i)} \quad (6i)$$

→ Dans le cas de l'oligopole de Cournot, la firme i considère que les autres firmes ne modifieront pas leurs ventes lorsqu'elle change les siennes (soit $k_i = 0$).

³⁶ La théorie économique préfère recourir à l'indice d'Herfindahl pour mesurer la concentration d'une industrie, car ce dernier permet d'étudier la marge de prix sur les coûts. Voir pour plus de précisions, l'ouvrage d'Y. Morvan « *Les Fondements de l'Economie Industrielle* » 2nd Edition 1991 (p 135). Encaoua et Michel introduisent également l'indice d'Herfindahl pour appréhender le lien entre concentration et coût marginal moyen.

L'expression (6i) peut être simplifiée :
$$p = \frac{\bar{I}}{1+H} + \frac{bH}{1+H} \quad (6\text{ k})$$

Trois commentaires méritent d'être présentés :

- Comme $0 < H < 1$, il semblerait qu'une augmentation de la demande ait un impact plus faible sur les prix qu'une augmentation du coût marginal moyen.

- Plus l'industrie est concentrée, moins les augmentations de coûts se transmettent complètement dans les prix. Ainsi dans le cas extrême du monopole (où $H = 1$) :

$$p = \frac{\bar{I}}{2} + \frac{b}{2} \quad \text{La moitié des coûts sera répercutée dans les prix.}$$

- Enfin, plus l'industrie est concentrée, plus le prix est sensible aux variations de la demande. Inversement, dans le cas extrême de la concurrence ($H = 0$), la variable demande n'est plus spécifiée.

$$p = \bar{I}$$

Notons que si l'on considère que $H = (v^2 + 1) / n$, c'est à dire que l'indice d'Herfindahl dépend à la fois du nombre d'entreprises sur le marché et de l'inégalité des parts de marché, alors on retombe sur une équation proche de celle utilisée par Philips.

$$\text{En effet, } p = \frac{n\bar{I}}{v^2 + n + 1} + \frac{b(v^2 + 1)}{v^2 + n + 1} \quad (\text{\`a comparer avec } p = \frac{m\bar{k}}{m+1} + \frac{a}{m+1})$$

Bien que L. Philips n'ait pas introduit dans son équation de prix, une variable retraçant l'inégalité des parts de marché, ce dernier souligne que « *[if] each firm influences the market price, by its sales, in the same way, as a change in total sales does... it does not imply that firms have equals shares of the market* » (1980, pp. 530-531).

➔ Dans le cas d'une collusion parfaite, toutes les firmes modifieront leurs ventes dans le même sens (soit $k_i = 1$).

L'expression (6i) prend la forme suivante :
$$p = \frac{\bar{I}}{1 + 2H} + \frac{2bH}{1 + 2H} \quad (6 m)$$

Dans ces conditions, l'augmentation de la demande a un impact sensiblement plus élevé sur les prix que l'augmentation des coûts. De plus, les hausses de coûts seraient de moins en moins répercutées sur les prix dans le cas d'une industrie concentrée.

→ Enfin dans le cas intermédiaire, si on suppose que toutes les firmes portent le même jugement sur l'effet proportionnel d'un changement de leurs ventes sur celui des autres, alors $(1 + k_i) = g$.

$$p = \frac{\bar{I}}{1 + gH} + \frac{b g H}{1 + g H} \quad (6 n) \quad (\text{avec } g > 1)$$

Plus grand sera g , plus grande sera l'impact des variations conjoncturelles, plus faible sera la répercussion des coûts sur les prix, et plus grande sera l'impact de la variation de la demande sur les prix.

Si l'analyse liant la concentration au coût marginal moyen (via la discrimination intertemporelle par les prix) reste encore largement tributaire des hypothèses sur les conditions d'équilibre des firmes agrégées et sur le degré de collusion, les études de Philips (1980), et de Encaoua et Geroski (1984) ont confirmé de façon empirique les propositions avancées précédemment. Partant des données de l'industrie belge, hollandaise et française, Philips (1980, p 537-538) a notamment cherché à valider empiriquement les propositions suivantes :

Proposition 1 : Dans les industries plus concentrées, les hausses de coût sont moins totalement transmises dans les prix que dans les industries moins concentrées.

Proposition 2 : Dans les industries plus concentrées, les changements de demande sont plus totalement transmis dans les prix que dans les industries moins concentrées.

Pour chaque industrie, le niveau des prix est calculé à partir d'un indice des prix de gros de l'année 1964 (Base 100 = 1958) pour la Belgique et les Pays-Bas, et de l'année 1965 (base 100 =

1959) pour la France. Les coûts directs unitaires ont été utilisés pour approximer le coût marginal moyen. Ils correspondent à une moyenne des coûts des consommations intermédiaires unitaires et des coûts salariaux unitaires. Toutes les industries incluses dans l'échantillon, produisent des biens stockables. Pour la Belgique, 17 observations ont pu être collectées, alors que pour la France et les Pays-Bas, on a respectivement 40 et 43 observations. Toutefois, comme le souligne Philips *«This already small sample had to be subdivided into two subsets, one with a small and one with a large concentration ratio (C), as the theory suggests that the regression coefficients differ according to the number of firms in the industry , and therefore according to the concentration ratio»* (1980, p 539). L'étude revient donc à comparer les coefficients de regression associés avec les variations de coûts et de demande dans les deux groupes. Les tableaux ci-dessous rapportent les résultats obtenus à partir de l'équation (6 n), qu'il est possible de modifier en introduisant m (nombre de firmes) à la place de l'indice d'Herfindahl pour retrouver l'expression de Philips.

GROUPE DES INDUSTRIES NON CONCENTREES			
Pays	Demande	Coûts	Nombre de firmes
Belgique (C < 50)	0.097 (0.125)	0.918 (0.152)	9
P-B (C < 50)	0.025 (0.033)	0.928 (0.046)	27
France (C < 40)	0.007 (0.017)	0.992 (0.029)	25

GROUPE DES INDUSTRIES CONCENTREES			
Pays	Demande	Coûts	Nombre de firmes
Belgique (C ≥ 50)	0.058 (0.082)	0.915 (0.104)	8
P-B (C ≥ 50)	0.024 (0.039)	0.898 (0.058)	16
France (C ≥ 40)	0.057 (0.027)	0.972 (0.044)	15

Bien que L.Philips souligne le fait que les écarts types sont suffisamment grands pour que l'on puisse émettre des doutes sur la signification des différents coefficients, les résultats montrent que les coefficients de regression de la variable coût sont plus grands dans le groupe des industries non concentrées. Inversement, les coefficients de regression de la variable demande sont plus grands dans le groupe des industries les plus concentrées. La possibilité de constituer volontairement des stocks mènerait donc à une règle de discrimination intertemporelle permettant (via le lien entre concentration et coût marginal lissé) d'expliquer la flexibilité imparfaite des prix.

Bibliographie

Amihud.Y, Mendelson .H (1983) «*Price Smoothing and Inventory* » Review of Economic Studies vol L (p 87 - 98).

Arrow K.J, Karlin .S, Scarf .H (1958) «*Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production* » Standford University Press.

Bilet J.P (1984) «*Marchés à terme et gestion de l'économie pétrolière* » Economica

Blinder .A (1981) «*Inventories and the Structure of Macro Models* » American Economic Review vol 71 n°2, Mai (p 11 - 16).

Brennan M.J (1958) «*The Supply of Storage* » The American Economic Review n° 48 Mars 1958 (p 50 - 72).

Coutts .K, Godley .W, Nordhaus W.D (1978) «*Industrial Pricing in the United Kingdom* » Cambridge University Press, London.

Devarajan.S , A.C Fisher (1981) «*Hotelling's Economics of Exhaustible Resources : Fifty Years Later* » Journal of Economic Literature Vol XIX Mars (p 65 - 73).

Encaoua .D, Michel .P (1986) «*Dynamique des prix industriels en France* » Economica.

Godley .W, Nordhaus W.D (1972) «*Pricing in the Trade Cycle* » Economic Journal n° 82 (p 853 - 882).

Gray L.C (1914) «*Rent Under the Assumption of Exhaustibility* » Quarterly Journal of Economic Vol 28 (p 466 - 489).

Greenhut M.L, Ohta .H (1976) «*Related Market Conditions and Interindustrial Mergers* » American Economic Review vol 66 (p 267 - 277).

Greenhut M.L et Ohta.H (1975) «*Theory of Spatial Pricing and Market Areas* » Duke University Press.

Hotelling.H (1931) «*The Economics of Exhaustible Resources* » The Journal of Political Economy Vol 30 n°2 Avril (p 137-138).

Kaldor .N (1949) «*The Theory of price of storage* » The American Economic Review Vol XXXIX n° 6 Décembre (p 1254 - 1262).

Kaldor .N (1939) «*Speculation and Economic Stability* » The Review of Economic Studies Vol 2 (p 196-201).

- Keynes J.M (1930) «*Treatise on Money*» Mc Millan, Londres.
- Levahri.D, R. Pyndick (1981) «*The Pricing of Durable Exhaustible Resources*» Quarterly Journal of Economics Vol XCVI Août n° 3 (p 366 - 377)
- Lutz.F et Lutz .V (1951) «*The Theory of Investment of the Firm*» Princeton University Press.
- Morvan.Y (1991) «*Les Fondements de l'Economie Industrielle*» 2nd Edition .
- Phlips.L, Richard J.F (1989) «*A dynamic Oligopoly Model with Demand Inertia and Inventories*» Mathematical Social Sciences vol 18 (p 1-32).
- Phlips.L (1983) «*The Economics of Price Discrimination*» Cambridge Press 1983.
- Phlips.L, J.F Thisse (1981) «*Pricing, Distribution and Storage*» European Economic Review vol 15 (p 231).
- Phlips P.J, Phlips .L (1981) «*Price Variability, Changes in Demand and the Rate of Interest*» Economics Letters vol 7 (p 7-10).
- Phlips.L (1980) "*Intertemporal Price Discrimination and Sticky Prices*" Quarterly Journal of Economics n°94 (p 525 - 542).
- Robinson.J (1933) «*The Economics of Imperfect Competition*» London, Mc Millan.
- Schuler R.E et Holahan W.L (1978) «*Competition Vs. Vertical Integration of Transportation and Production in a Spatial Economy*» Papers of the Regional Science Association n° 41 (p 209 - 225).
- Shaw E.S (1940) "*Elements of a theory of inventory*" Journal of political Economy n° 48 (p 465 - 485).
- Smithies .A (1939) «*The maximisation of Profits over Time with Changing Costs and Demand Functions*» Econometrica n° 7 (p 312-318).
- Solow R.M (1974) «*The Economics of Resources or the Resources of Economics*» American Economic Review vol 64 n° 2 Mai (p 1 - 14).
- Stiglitz J.E (1976) «*Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources*» The American Economic Review vol 66 n° 4 Septembre (p 655-661).